# ディジタルフロー解析に基づく画像解析に関する研究

-1-

本多健二 東京海洋大学

# 1. はじめに

近年,生体イメージング技術の進歩により,細胞レベル での様々な生体現象の観測が可能となってきている.これ により,顕微鏡による細胞の観察から,計算機によって細胞 画像の定量的データを得る,バイオイメージインフォマティ クスと呼ばれる研究分野が盛んである.細胞数や細胞核の サイズ,細胞核の形態的な特徴といった解析もその一つで あり,従来の観測者の目視による定性的な計測を計算機が 行うことにより,定量的な計測値に基づく,客観的な判断 基準を確立することが期待されている.

細胞画像を解析するためには、まず対象となる細胞を背 景から切り出す必要がある.画像二値化は対象の切り出し に使われるもっとも基本的な処理の一つであり、二値化の 精度がその後の結果に大きな影響を与えることが多い. こ れまで画像二値化は様々な手法が提案されているが, 従来, 画像の二値化では, 閾値によって画素を分類する手法が多 く用いられている. Sezgin らは、これまで提案されてきた 閾値に基づく二値化手法を,その生成アルゴリズムに基づ いて分類し、細胞画像を含む、NDT(Non Destructive Testing) 画像, 文書画像に対して各手法の比較を行ってい る [1]. 例えば, 図 1(a) に示す細胞画像 [2] に対して, 細胞 内の核を切り出すことを考えてみる. 画像二値化の代表的 な手法である大津の手法は、クラス間の分散とクラス内の 分散との比によって分離度を定義し、分離度が最大となる 閾値を求めることにより,自動的に二値化を行う手法であ る [3]. しかし、大津の手法は濃淡値のヒストグラムが双峰 性の分布をなすことを前提とした手法であり,二値化の結 果は画像の統計的な性質に依存する.図1(a)に示す細胞画 像は、細胞が密に存在する部分と疎な部分が存在し、濃淡 値の統計的性質が一様ではない. そのため、図1(b) に示す ように,不安定な結果となる.濃度値の分布を調べる範囲 を,画像全体からより局所的に調べることで,二値化の精 度を向上させることができることもあるが、適切な結果を 得るためには局所領域の大きさや統計的処理のためのパラ



図1 細胞画像

メータの選定など試行錯誤的な手続きが必要となる[4][5]. このように閾値による分類では,画像の統計的性質によっ てうまく対象を切り出すことが困難な場合があることが分 かる.

一方,画像の統計的性質によらず安定した画像二値化を 行う方法の一つとして,幾何学的な構造から画像を捉える 方法が考えられる.画像の幾何学的な解析は古くから提案 されている.画像パターン上の点(*x*, *y*)における濃淡の強 度を *f*(*x*, *y*)と表すと,画像パターンは2変数関数 *f*(*x*, *y*) によって構成される曲面とみなすことができる.Haralick らは,ヘシアンの固有値の符号に基づき曲面の凹凸構造を 4 種類のクラスに分類し,各画素を記述する方法を提案し ており[6],この分類に基づいて画像の二値化を行うことが 考えられる.しかし,従来の計算機において,幾何学的な 解析は時間のかかる処理であり,画像二値化への応用は検 討されていない.近年の計算機処理能力の飛躍的な向上に よってこれまで困難とされていた処理が容易になり,幾何 学的な手法の可能性も再検討する価値がある.

そこで、本論文では画像の幾何学的な構造に着目し、曲 面の凹凸構造に基づいて細胞画像の二値化を行う手法を提 案する. Haralick らの方法による記述は画素がどのクラス に属するかという局所的な情報のみが扱われており、その 凹凸構造が、より大きな幾何学的構造の中でどのような形 態をとっているかといった、大域的な視点での解析はなさ れていない. 提案手法では、任意の曲面が、その勾配に基づ く流れの場をつくるという性質に基づき、曲面の大域的な 幾何学的構造をよく表すことのできる流線を定義する. こ

$x_4$	$x_3$	$x_2$
$x_5$	$x_0$	$x_1$
$x_6$	$x_7$	$x_8$

**図2** 画素 x<sub>0</sub> とその8 近傍

x <sub>1</sub> (max)	x <sub>2</sub>	<i>x</i> <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
9.55	8.29	7.54	7.46
x <sub>5</sub>	<i>x</i> <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>
8.28	5.33	3.59	3.38
x <sub>9</sub>	x <sub>10</sub>	x <sub>11</sub>	<i>x</i> <sub>12</sub>
7.62	3.69	1.17	0.72
x <sub>13</sub> (max)	x <sub>14</sub>	x <sub>15</sub>	x <sub>16</sub> (min)
7.85	3.92	0.93	0.09

図3 4x4 画像

$$f_1: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_2 \to \mathbf{x}_3 \to \mathbf{x}_4 \to \mathbf{x}_8 \to \mathbf{x}_{12} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_2: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_2 \to \mathbf{x}_3 \to \mathbf{x}_7 \to \mathbf{x}_{11} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_3: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_2 \to \mathbf{x}_7 \to \mathbf{x}_{11} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_4: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_6 \to \mathbf{x}_{11} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_5: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_5 \to \mathbf{x}_{10} \to \mathbf{x}_{11} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_6: \mathbf{x}_1 \to \mathbf{x}_5 \to \mathbf{x}_9 \to \mathbf{x}_{10} \to \mathbf{x}_{11} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$f_7: \mathbf{x}_{13} \to \mathbf{x}_{14} \to \mathbf{x}_{15} \to \mathbf{x}_{16}$$

$$\boxtimes 4 \quad \mbox{if $\mathbb{T}$} \square \square \square \blacksquare \blacksquare$$

$$\begin{array}{l} \{x_1: f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\} \\ \{x_2: f_1, f_2, f_3\} \\ \{x_3: f_2, \} \\ \{x_4: f_1\} \\ \{x_5; f_6, f_6\} \\ \{x_6: f_4\} \\ \{x_7: f_2, f_3\} \\ \{x_8: f_1\} \\ \{x_9: f_6\} \\ \{x_{10}: f_5, f_6\} \\ \{x_{11}: f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\} \\ \{x_{12}: f_1\} \\ \{x_{13}: f_7\} \\ \{x_{14}: f_7\} \\ \{x_{15}: f_7\} \\ \{x_{16}: f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7\} \\ \hline \blacksquare 5 DF \ \begin{tabular}{l} \end{tabular}$$

の流線は、微分幾何学的性質より、極大点から流れ出て極 小点へと流れ込む.そして、流線上の凹凸構造を解析する ことによって細胞画像の二値化を行う.更に、切り出され た結果を従来の二値化手法と比較し、幾何学的構造にもと ずく提案手法の有効性を検証する.

#### 2. 準備

# **2.1** ( $\nabla f$ , $H \nabla f$ ) 零交差線 流線の凹凸がなす幾何学的構造について調べる. 画素 (x,y) の濃度値を f(x,y) とし, f(x,y) の 2 階微分

$$f_{1}: \mathbf{x}_{1} \rightarrow \mathbf{x}_{2} \rightarrow \mathbf{x}_{3} \rightarrow \mathbf{x}_{4} \rightarrow \mathbf{x}_{8} \rightarrow \mathbf{x}_{12} \rightarrow \mathbf{x}_{16}$$

$$f_{2}: \mathbf{x}_{1} \rightarrow \mathbf{x}_{2} \rightarrow \mathbf{x}_{3} \rightarrow \mathbf{x}_{7} \rightarrow \mathbf{x}_{11} \rightarrow \mathbf{x}_{16}$$

$$f_{4}: \mathbf{x}_{1} \rightarrow \mathbf{x}_{6} \rightarrow \mathbf{x}_{11} \rightarrow \mathbf{x}_{16}$$

$$f_{6}: \mathbf{x}_{1} \rightarrow \mathbf{x}_{5} \rightarrow \mathbf{x}_{9} \rightarrow \mathbf{x}_{10} \rightarrow \mathbf{x}_{11} \rightarrow \mathbf{x}_{16}$$

$$f_{7}: \mathbf{x}_{13} \rightarrow \mathbf{x}_{14} \rightarrow \mathbf{x}_{15} \rightarrow \mathbf{x}_{16}$$

$$\boxtimes \mathbf{6} \quad \text{最少被覆フロー集合$$



をもとめる. u = f(x, y) とすると u = f(x, y) の 1 階全 微分

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy \tag{1}$$

において,  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$  が微分可能ならば, x, y に関する du の 全微分として  $d^2u$  が得られる.

$$d^{2}u = d(du) = \frac{\partial^{2}u}{\partial x^{2}}dx^{2} + 2\frac{\partial^{2}u}{\partial x\partial y}dxdy + \frac{\partial^{2}u}{\partial y^{2}}dy^{2} \quad (2)$$

ここで、u o xに関する微分を $f_x$ 、 $f_x o y$ に関する微 分を $f_{xy}$ 、u o yに関する微分を $f_y$ 、勾配とヘシアンを

$$\nabla f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \mathbf{H} = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{pmatrix}$$

とすると、式(1)は、

$$f_{xx}f_x^2 + 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_y^2 = (\nabla f, H\nabla f)$$
(3)

となる.

-2-

本論文では、流線の変曲点がなす幾何学的構造、すなわち  $(\nabla f, H \nabla f)=0$ となる画素の集合を、 $(\nabla f, H \nabla f)$ 零交 差線と呼ぶ.

## 2.2 ディジタルフロー

ディジタル画像において流線を定義する.以下では、そ のための準備を行う.

〔定義1〕(近傍) 画像中の任意の画素  $x_0$ に関して、図2に おける要素の集合 { $x_1, x_2, \dots x_8$ } を8近傍、{ $x_1x_3, x_5, x_7$ } を4近傍と呼ぶ.ここで添字の集合 { $1, 2, \dots, 8$ } をS, {1, 3, 5, 7} を $S_1$ で表す.

〔定義 2〕(極大点,極小点) 画素  $\boldsymbol{x}_0 = (x, y)$  における 濃度値を  $f(\boldsymbol{x}_0)$  とする. 画素  $\boldsymbol{x}_0$  が次の条件を満たすとき,  $\boldsymbol{x}_0$  を極大点と呼ぶ.



図8 細胞画像の凹凸構造



図9 領域スクリーニング

-3-



図 10 スクリーニング画像と DF からなる領域



全ての
$$k(k \in S)$$
に対して,  $f(\boldsymbol{x}_k) \le f(\boldsymbol{x}_0)$  (4)

また, 画素  $x_0$  が次の条件を満たすとき,  $x_0$  を極小点と 呼ぶ.

全ての
$$k(k \in S)$$
に対して、 $f(\boldsymbol{x}_k) \leq f(\boldsymbol{x}_0)$  (5)

〔定義 3〕(最大勾配画素,最小勾配画素) 画素  $x_0$  と近 傍画素  $\{x_k:k \in S\}$  との濃度値の傾きを勾配と呼び,近傍 画素  $\{x_k:k \in S\}$  の内,最大勾配を与える近傍画素  $x_k$  を  $x_0$  の最大勾配画素と呼ぶ.

また,近傍画素  $\{x_k:k \in S\}$ の内,最小勾配を与える近傍画素  $x_k$ を $x_0$ の最小勾配画素と呼ぶ.

〔定義 4〕(双極フロー) 各画素  $x_i$ において,最大勾配 画素をたどって極大点 a に至る系列と,最小勾配画素をた どって極小点 b に至る系列を合わせた点の系列

$$\boldsymbol{x}_1(=a), \boldsymbol{x}_2, \cdots \boldsymbol{x}_i, \cdots \boldsymbol{x}_M(=b) \tag{6}$$

が存在する. この点の系列を双極フローと呼ぶ. また, *M* を双極フローの長さと呼ぶ. 以下, 双極フローを DF(Dipole Flow) とする.  ディジタルフロー解析に基づいた 画像二値化

# 3.1 双極フローの凹凸構造

DF は曲面の大域的な幾何学的構造をよく表すことがで きる.ここでは,双極フローの凹凸構造を解析するため,以 下の定義を行う.

〔定義5〕(被覆フロー集合,最小被覆フロー集合) DFの 集合であって,画像中の全ての画素が含まれているものを, 被覆フロー集合という.特に,被覆フロー集合の中で,元 の数が最小のものを最小被覆フロー集合と呼ぶ.

各画素について DF が存在するため,図3に示す画像の 場合,全部で16本の DF が得られる.ここで,同じ系列 の DF は1つの DF とみなす.図4に図3の画像における 被覆フロー集合を示す.

また,以下の定義も行う.

〔定義 6〕(DF 集合) 画素  $x_0$  に流れる DF の集合を, 画素  $x_0$ の DF 集合と呼ぶ.

図5に図3の画像におけるDF集合を示す. 被覆フロー 集合と各画素のDF集合を用いて,以下の手順に従い最小 被覆フローが得られる.

(step1) 各画素の DF 集合を参照し, DF が 1 本しか通っ ていない画素が存在した場合,その DF は選択される.

(step2) 被覆フロー集合を参照し, (step1) において選択 された DF が通らない画素を通る DF がある場合は,その DF を選択する. もしこの DF が 2 つ以上ある場合は,フ ローの長さ *M* の短い方を選択する.

図6に図3の画像における最小被覆フロー集合を示す. 最小被覆フロー集合の各DFの凹凸を逐次判定することで 画像の凹凸構造が得られる.DFの凹凸の判定は,DFを追 跡する際に,図7に示すように,凸である極大点から,凹 である極小点へと,DFに沿って,前後の濃度値の変化量 の増減を比較することで決定する.



図12 各スケールにおける境界クラス

-4---

図1の細胞画像における,DFの凹凸構造の解析結果を 図8に示す.図8に示すように,DFの凹凸構造によって, 画像の幾何学的構造を捉えていることが確認できる.

# 3.2 領域スクリーニング

DF 解析による凹凸構造は,画像の幾何学的な特徴をよ く捉えることができる.しかし,DF による原始的な凹凸 構造は,核以外の微細な構造も捉えている.画像の幾何学 的な構造をより正確に捉えるためには,曲面の大域的な凹 凸構造と微細な凹凸構造を判別する必要がある.このため に,凹凸構造の中に含まれる極値に着目する.凹凸構造に 極値を重ね合わせた様子を図8に示す.凹凸構造に含まれ る極値に着目すると,図8に示すように,凹凸構造の中に 極値を含む連結領域と含まない連結領域に分けることがで きる.

そこで、極小値をもたない凹連結領域を凸連結領域へ、極 大値を含まない凸連結領域を凹連結領域へ変換することで 領域スクリーニングを行う.図9に、図1に示す細胞画像 のスクリーニング後の画像を示す.スクリーニングにより、 画像の大域的な構造が捉えられている.

次に、凹凸構造の境界線の構造に着目する.画像の凹凸 構造の境界線は、単純で安定な構造と、入り組んで不安定 な構造が混在していることが確認できる.DF解析による曲 面の凹凸構造のような微分幾何学的な構造は、ガウシアン フィルタのスケールパラメータによって変化する性質があ る.そして、曲面の凹凸構造の変化によって境界線の形態 も変化する.そこで、ガウシアンフィルタのスケールパラ メータを調整して、DF解析による記述によって境界線の形 態変化を捉えながら適切なスケールパラメータを選択する ことで二値化を行う.以降、ガウシアンフィルタのスケー ルパラメータをスケールと呼ぶ.次項では、自動的に安定 な構造が得られるような指標を決め、それによりスケール を調整する手法を検討する.

### 3.3 境界クラス

適切なスケールを選択するためには、それを自動化する

ための客観的な指標が必要となる. そこで,スケールを選択 する指標として,領域スクリーニングによって得られた画 像の凹凸構造の境界に着目する.この境界は,( $\nabla f, H \nabla f$ ) 零交差線であり,以下では,( $\nabla f, H \nabla f$ )零交差線が,安定 な( $\nabla f, H \nabla f$ )零交差線と不安定な( $\nabla f, H \nabla f$ )零交差線 に分類できることを示し,安定な( $\nabla f, H \nabla f$ )零交差線で 囲まれるスケールを探すことによって対象を切り出す.

まず, 微分幾何学的な性質により, ある極大点からある 極小点へ流れ込む DF の集合は, 一つの領域を形成する. 図 10 に, 図 8 の各極大点から各極小点へ流れ込む DF が つくる領域を示す. 図 10 の各領域を観察すると, 各領域に おける ( $\nabla f$ ,  $H \nabla f$ ) 零交差線の構造は, 図 11 に示す 2 つ のパターンに分類される. 図 11(a) と (b) はそれぞれ, 図 10 の斜線で示した領域  $A \ge B$ の ( $\nabla f$ ,  $H \nabla f$ ) 零交差線の 様子を示している.

図 11 に示す零交差線の数に着目すると, DF 上の零交差 線は以下の 2 つのパターンに分類される.

(パターン 1) DF 上に,零交差線を1つ持つ場合.(図 11(a))

(パターン 2) DF 上に,零交差線を 2 つ以上含む場合. (図 11(b))

そこで,零交差線を分類するため,以下を定義する. 〔定義 10〕(境界クラス)境界クラス *C<sup>f</sup>* は,

$$C^{f} = \begin{cases} 1, (DF \bot に零交差線を1つ持つとき.) \\ 2, (DF ⊥ に零交差線を2つ以上含むとき.) \end{cases}$$
(7)

以下,境界クラス1の境界を安定境界,境界クラス2の 境界を不安定境界と呼ぶ.

図1の細胞画像の画像中央の核に着目し、スケールを段 階的に変化させて、クラス分けした結果を図12に示す.図 12は、画像中央の核が全て安定境界で囲まれるまでのい くつかのスケールと、境界に対して安定境界が占める割合



NIblackの手法

提案手法

図13 評価用データセットの例と各手法による二値化画像

-5-

r を示す. 図 12 に示すように, スケールが増加するに従 い,核が安定領域で覆われてくる.図1の細胞画像の場合, σ = 2.2 において初めて対象領域の境界全てが安定な境界 となる.

#### 4. 実 験

提案手法の有効性を示すため、従来の二値化手法との比 較を行う. 実験に用いたデータセットは, Broad Bioimage Benchmark Collection datasets [2] を用いた. データセッ トは Drosophila Kc167 cells に含まれる 4 種類のグレース ケール画像である.一部のデータセットと、人間の判断に よる Ground truth を図 13 の 1 列目に示す.

比較対象には、Sezgin らの実験において高い精度の結果 が得られた手法のうち, Kittler 法 [7], Kapur 法 [8], Yen 法[9]の3手法と、画像二値化の代表的な手法として大津 法,Niblack 法の2手法で計5種類の手法を用いた。

スケールに関して、スケールの初期値、 増加分、 上限を実 験的に求めそれぞれ  $\sigma_0 = 1.4$ ,  $\Delta \sigma = 0.2$ ,  $\sigma_n = 3.0$  とし, 切り出しの条件である安定境界が占める比率を95%以上 とした. 各手法との比較は同一のスケールで比較する. ス ケールは実験的に求め、 $\sigma = 2.2$ とした.

二値化手法は ImageJ [10] での実装である. 一部のデータ セットについて、各手法による二値化結果を図13の2列目か ら4列目に示す.提案手法の各画像(512pixel×512pixel)に おける1スケール当たりの平均処理時間は1.22秒であった.

まず、細胞がどのような状態で切り出されたかを確認す るため、データセットに含まれる Ground Truth に対し、 二値化によって得られた細胞が、正しく切り出されていれば Correctly-Segmentation(以下, CS), 1つの細胞が2つに 分割されていれば Over-Segmentation(以下, OS), 2つの 細胞が1つに融合していれば Under-Segmentation(以下, US),画像には存在する細胞が二値化結果に含まれていない 場合を Under-Ditection(以下, UD) とし, CS, OS, US, UD と判定された細胞数を求め, Ground Truth に示され た全体の細胞数に対するそれぞれの比率を求めた.また、 本来画像にない細胞が二値化結果に存在した場合を Over-Ditection(以下, OD) として, OD と判定された細胞数と 全体の細胞数における比率を求めた. その結果を図??に示 す. 図??より、Niblack法、提案手法を除く手法では、OS、 US がともに多く検出される.これは統計的性質が一様で ない画像に対し、大域的に閾値を決定することによる. OD は、入力画像に細胞状のものが観測できるものの、実験に 用いた Ground Truth では切り出されていない場合に計測 される.

また,切り出しの精度を確認するため,全体の細胞数に 対して CS と判定された細胞数の比率を各手法ごとに比較 した結果を図 14 に示す.図 14 に示すように,Niblackの 手法及び、提案手法を除く各手法は、画像によって切り出 しの精度にばらつきがある.局所的な領域を設定し解析す る手法は、対象のおおまかな構造をまず捉え、必要に応じ て一部分に注意を向け詳しく観察を行うという、人間のも のの見方に近い手法であると言える.実験において、局所 的な手法の Niblack の手法は、安定して細胞を切り出して いる. また, 提案手法においても, 局所的な二値化手法と 同等の結果が得られている.

次に、領域の一致度を評価する. 評価は Sezgin らが領域 の一致度として用いた指標に準じて行う. Sezgin らは領域 の一致度として RAE(Relative foreground area error)を



■画像1

■画像2

■画像3

■画像4



用いている.本論文では,Sezgin らの方法に準じて,前述の実験において CS と判定されたそれぞれの細胞に対し式(8)に示すように評価する.

$$R_1 = \frac{A_0 \cap A_T}{A_T}$$

$$R_2 = \frac{A_0 \cap A_T}{A_0}$$
(8)

ここで、 $A_0$ は Ground truth、 $A_T$ は二値化によって切 り出された領域の面積を表す.図 15 に各領域の様子を示 す.各画像の R1, R2 の平均をそれぞれ AR1, AR2 とし、 4 種類の細胞画像に対しての各手法ごとの AR1, AR2 を図 16 に示す.図 16 に示すように、Niblack 法と提案手法を除 く各手法は分散が大きい.これは、細胞数の計数結果と同 様に、画像によって統計的性質が一様でないことが、切り 出す形状にも影響していることによる.これに対し、局所 的な手法である Niblack 法と提案手法の分散は小さく、同 程度となっている.一方、切り出される領域の大きさにつ いて、AR2が1に近いことから、Niblackの手法,提案手 法において Ground truth における領域をほぼ切り出して いる。AR1より、Niblack 法において領域を大き目に切り 出す傾向があり、提案手法が Ground truth との一致度が 高い、実験に用いた Ground Truth は人間の目による判断 で対象と背景を切り分けているため、人間の心理的な影響 も少なからず影響していると考えられるが、提案手法が人 間の判断に近い基準で切り出せているといえる。

以上の結果より,提案手法が,細胞画像の二値化におい て有効に機能し,従来手法との比較においても同等もしく は高い精度で細胞を切り出せる二値化手法であるといえる. また,これは DF の変曲点による切り出しが精度の点で安 定に機能することを示しており,提案手法の有効性を確認 できた.

#### 参考文献

- M. Sezgin and B. Sankur: "Survey over Image Thresholding Techniques and Quantitative Performance Evaluation", Journal of Electronic Imaging, 13(1) (2004).
- [2] BBBC(Broad Bioimage Benchmark Collection): http://www.broadinstitute.org/bbbc/.
- [3] 大津展之, "判別および最小 2 乗規準に基づく自動しきい値選定法," 信学論 (D), Vol.63, No.4, pp.349-356, 1980.
- [4] W. Niblack, "An Introduction to Digital Image Processing," pp.115?116, 1986.
- [5] J. Sauvola, M. Pietika, "Adaptive document image binarization," Pattern Recognition 33(2), pp.225-236, 2000.
- [6] M Haralick, LT Watson, T. J. Laffey, "The Topographic Primal Sketch," The International Journal of Robotics, 2, 1, pp.195-217, 1983.
- [7] Kittler, J, Illingworth, J (1986), "Minimum error thresholding", Pattern Recognition 19 41-47
- [8] Kapur, JN; Sahoo, PK, Wong, ACK (1985), "A New Method for Gray-Level Picture Thresholding Using the Entropy of the Histogram", Graphical Models and Image Processing 29(3): 273-285
- [9] Yen JC, Chang FJ, Chang S (1995), "A New Criterion for Automatic Multilevel Thresholding", IEEE Trans. on Image Processing 4 (3): 370-378
- [10] ImageJ: http://imagej.nih.gov/ij/.

-6---